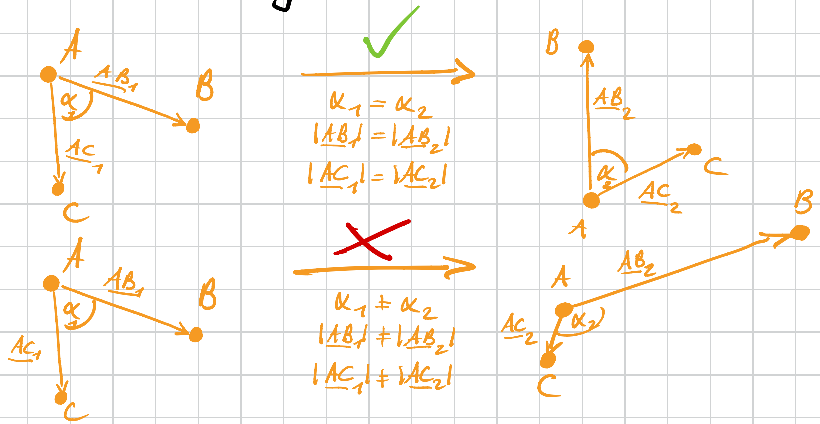
Theorie

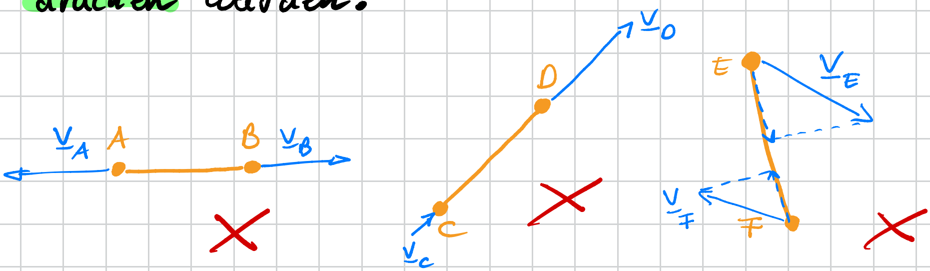
Starre Körper:

Starrkörper können sich nicht verformen. Was heisst das genau mathematisch?

Das heisst für jede drei Punkte im selben Starrkörper, können sich die Länge und Winkel ihrer Verbindungsvektoren nicht ändern.



Wenn sich die Länge der Verbindungsvektoren nicht ändern darf, können wir ja draus schliessen, das folgende Zustände nicht erlaubt sind, da sie die verbindungsvektoren "lang ziehen" oder "zusammendrücken" würden.

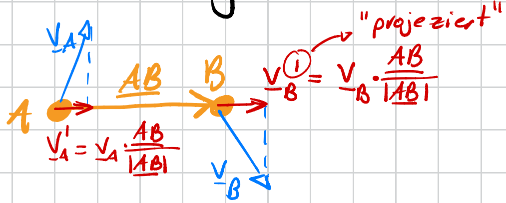


Wir konnen also daraus schliessen, dass wenn wir die Geschwindigkeitsvektoren zweier Punkte auf ihren Verbindungsvektor projezieren, sie gleich sein müssen.

Dies nennt sich der

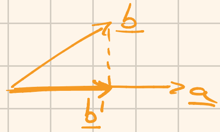
Satz der projezierten Geschwindigkeiten

$$\boxed{\underline{v}_A \cdot \underline{AB} = \underline{v}_B \cdot \underline{AB}}$$



Erinnerung Skalarprodukt:

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = |\underline{a}| \cdot |\underline{b}'| = |\underline{a}| \cdot (|\underline{b}| \cdot \cos(\alpha))$$

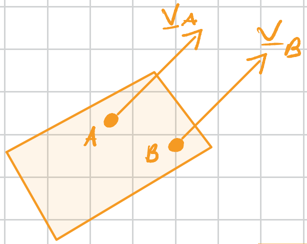


Starrkörperbewegung:

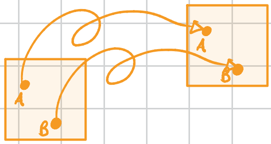
Mit der Annahme eines starren Körpers, können wir nun verschiedene Bewegungszustände charakterisieren:

2D- Bewegungen:

- Translation

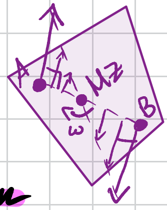


  - Alle Punkte haben den selben Geschwindigkeitsvektor

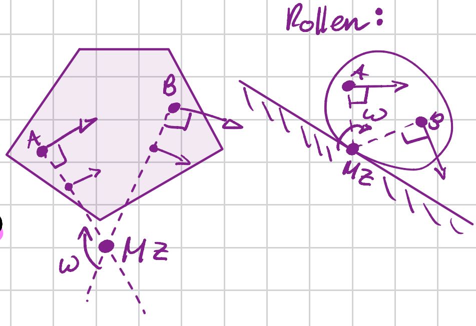


  - Zwei verschiedene Punkte haben identische Geschw.-Vektoren ⇒ Translation (In 3D braucht man drei!)
  - Der Körper haltet stets die selbe Orientierung.

- Ebene Rotation



  - Punkte im selben Körper haben verschiedene Geschwindigkeiten
  - Hat immer genau einen Punkt mit $\underline{v} = \underline{0}$, dieser Punkt heisst Momentanzentrum
  - Das Momentanzentrum (MZ) muss nicht im Körper liegen

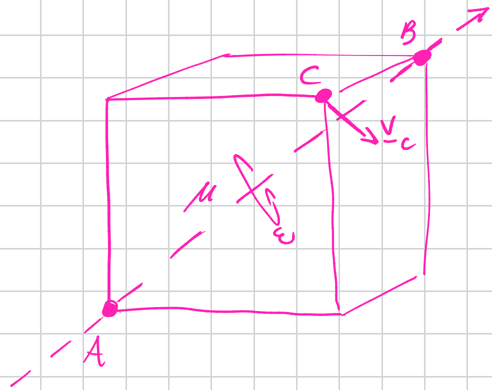


  - Das MZ hat auch immer eine Winkelgeschwindigkeit ω

3D-Bewegungen:

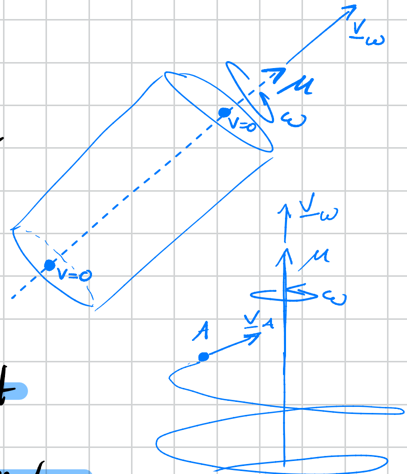
– 3D-Rotation

- In 3D wird das MZ zu einer Drehachse μ
- Alle Punkte auf μ haben $\underline{v} = 0$
- Sonst analog zu 2D-rotation



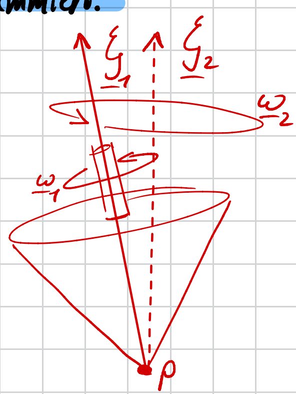
– Schraubung

- Alle Punkte auf μ haben Geschwindigkeit $\underline{v}_\omega$
- $\underline{v}_\omega$ ist immer Parallel zu μ
- Richtung von μ bleibt Konstant
- Wie 3D-Rotation aber die Geschw. aller Punkte werden mit $\underline{v}_\omega$ summiert.



– Kreiselung

- μ wird zu ξ umbenennt
- Ein Körper hat mehrere, überlagerte ξ.
- nur ein Punkt P hat $\underline{v} = 0$, er ist der Schnittpunkt aller Drehachsen.

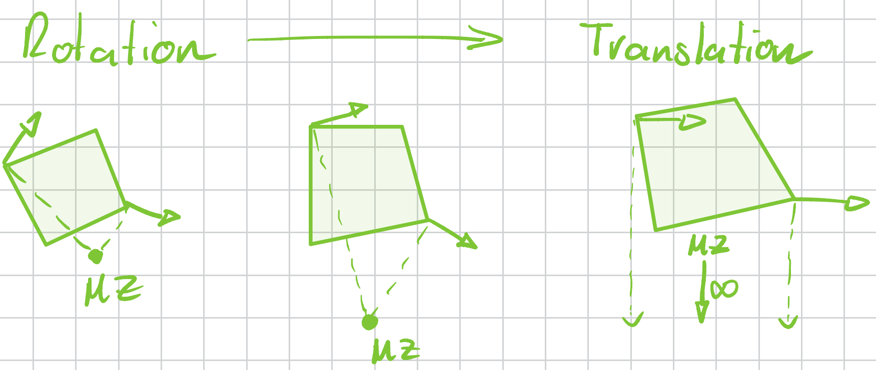


Momentaner Bewegungszustand:

Ein momentaner Bewegungszustand ist wie ein Foto eines allgemeinen Bewegungszustands.

Das heisst, man beachtet nur die Geschwindigkeit im jetzigen Moment. Uns interessiert nicht, was vorhin war und was noch passiert.

In 2D, lassen sich alle Bewegungszustände als eine Momentane Rotation darstellen. Die Translation wäre dann ein Spezialfall, in dem das MZ sich unendlich weit vom Körper befindet.



In 3D lassen sich alle Bewegungszustände als eine momentane Schraubung mit den Invarianten $\{\underline{v}_\omega, \underline{\omega}\}$ darstellen.

Für eine Translation gilt $\underline{\omega} = \underline{0}$ und für eine Rotation gilt $\underline{v}_\omega = \underline{0}$. Eine Kreiselung ist eine momentane Rotation mit $\underline{\omega} = \underline{\omega}_1 + \underline{\omega}_2 + \underline{\omega}_3 + \dots$. $\underline{\omega}_1, \underline{\omega}_2, \underline{\omega}_3, \dots$ sind dann die einzelnen Rotationsgeschwindigkeiten.