POLYBOX

Schnellübung 4

Mechanik 1 – Kinematik und Statik

Mark Fischer

HS 2025

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Zwischenprüfungen („Klausuren“)

POLYBOX

- 1. Klausur findet statt am **Do 06.11.2025, Start 18:30**
  - Prüfung 45min; ca. 1.5h einrechnen
- Räume werden noch bekanntgegeben, keine Anmeldung notwendig
- Klausuren sind freiwillig und zählen 30% **verbessernd** (beide Klausuren kombiniert; nicht teilgenommen → Note 1)
- RepetentInnen müssen die Klausuren erneut schreiben, um die Vornote zu bekommen (alte Vornoten können nicht übernommen werden)
- (Zusätzliche) Mittagspräsenzen (12:15-13:00) in der Woche der Prüfung:

  Montag 3.11. ML J 34.1
  Dienstag 4.11. ML F 40
  Mittwoch 5.11. ML J 37.1
  Donnerstag 6.11. ML J 34.1

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

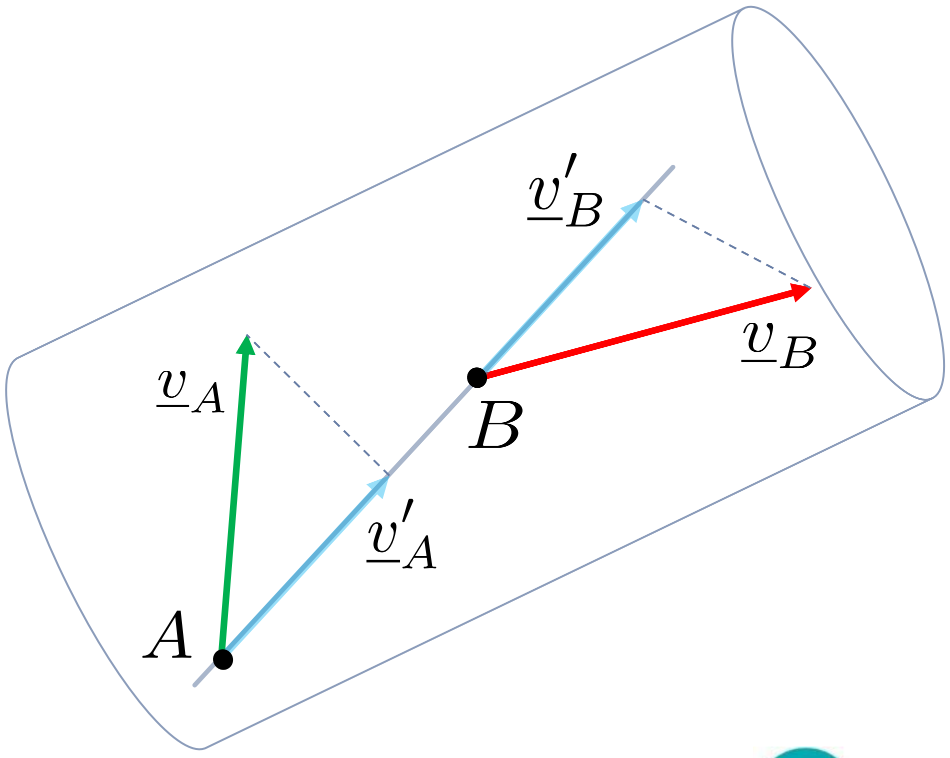
Einführung Schnellübung 4

POLYBOX

Satz der projizierten Geschwindigkeit (SdpG)

$$\underline{v}'_A = \underline{v}'_B$$

Die Projektionen der Geschwindigkeit zweier Punkte eines Starrkörpers auf deren Verbindungsgerade muss immer identisch sein
(Ansonsten handelt es sich um einen deformierbaren Körper → Mechanik 2)

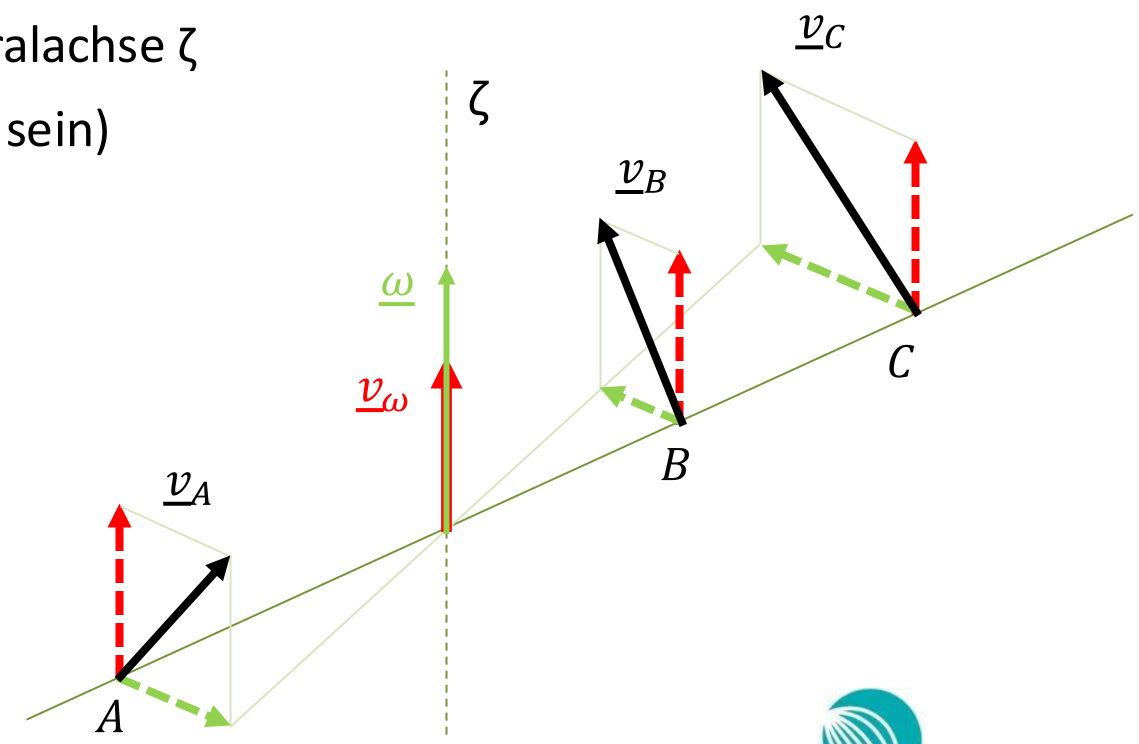


IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 4

Allgemeine Bewegung & Zentralachse

- Allg. Bewegung = Rotation um „translatierte“ Zentralachse ζ
- Momentane Schraube (ζ kann zeitlich veränderlich sein)



Einführung Schnellübung 4

POLYBOX

Kinemate

- Gültig in *einem Punkt*, z.B. Kinemate in Punkt B:

$$\{\underline{v}_B, \underline{\omega}\}$$

Invarianten

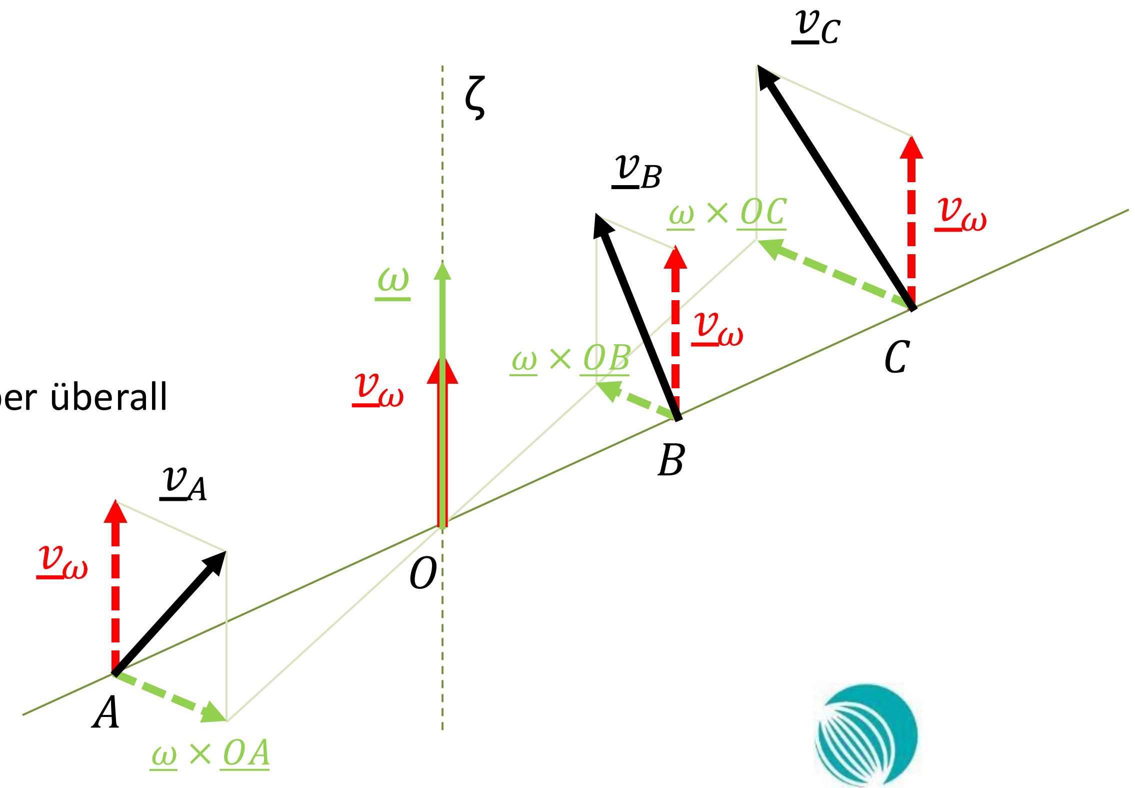
- 2 Invarianten; gültig für den *gesamten* Starrkörper

$$\{\underline{v}_\omega, \underline{\omega}\}$$

- 1. Invariante: $\underline{\omega}$ ist hier zum Verständnis auf ζ dargestellt, gilt aber überall

  → Rotationsanteil jedes Punktes resultiert aus $\underline{\omega} \times \underline{r}$

- 2. Invariante: $\underline{v}_\omega$ ist der Translationsanteil jedes Punktes
- Die Geschwindigkeit $\underline{v}$ eines Punktes ergibt sich aus der Kombination von Rotations- und Translationsteil



IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 4

POLYBOX

Invarianten berechnen

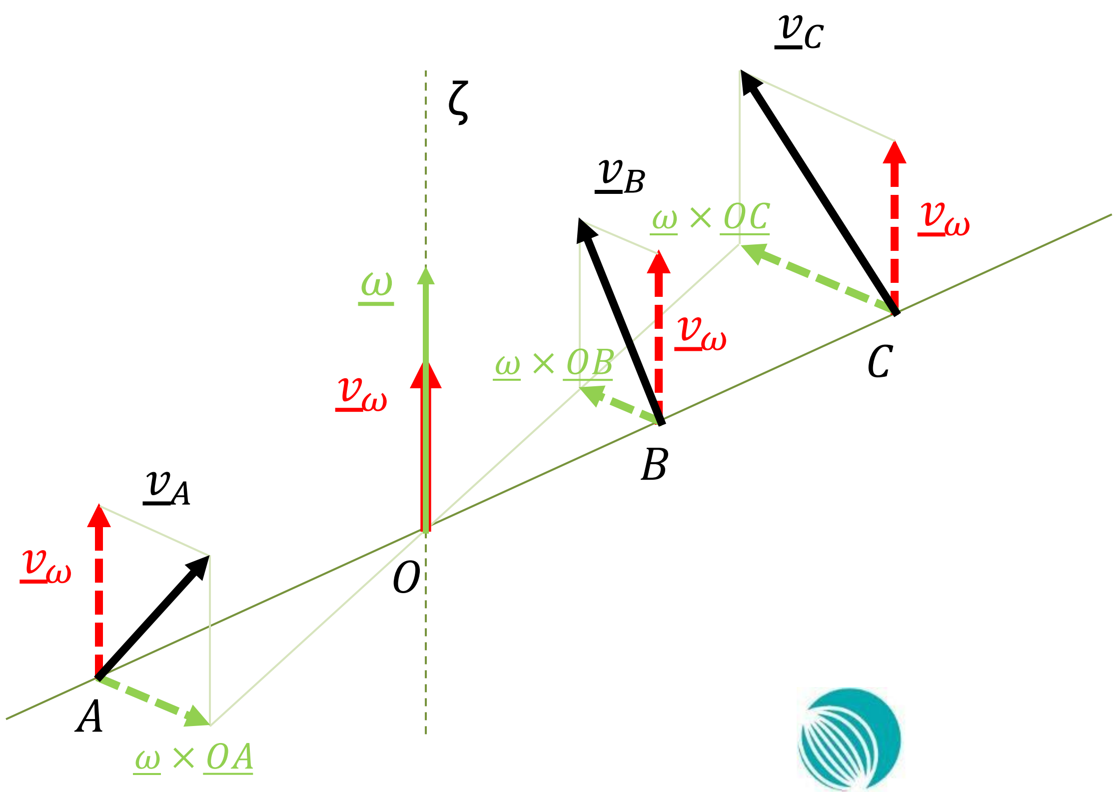
$$\underline{\omega} = \omega \cdot \underline{e}_\omega \qquad \underline{e}_\omega = \frac{\underline{\omega}}{|\underline{\omega}|}$$

$$\underline{v}_\omega = (\underline{v}_A \cdot \underline{e}_\omega) \cdot \underline{e}_\omega$$

Es gilt aus der Starrkörperformel:

$$\underline{v}_A \cdot \underline{\omega} = \underline{v}_B \cdot \underline{\omega}$$

für alle Punkte A, B im starren Körper



IMES Institute for Mechanical Systems Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 4

POLYBOX

Bestimmung der Zentralachse

1. Geg.: Beliebiger Punkt B mit bekannter Kinemate $\{\underline{v}_B, \underline{\omega}\}$
2. Invariante $\underline{v}_\omega$ bestimmen: $\underline{v}_\omega = (\underline{v}_B \cdot \underline{e}_\omega) \cdot \underline{e}_\omega$ mit $\underline{e}_\omega = \frac{\underline{\omega}}{|\underline{\omega}|}$
3. Unbekannter Punkt $Z = \begin{pmatrix} z_x \\ z_y \\ z_z \end{pmatrix}$ auf Zentralachse ζ $(\underline{v}_Z = \underline{v}_\omega)$
4. Starrkörperformel mit beliebigem Punkt B aufstellen: $\underline{v}_Z = \underline{v}_\omega = \underline{v}_B + \underline{\omega} \times \underline{BZ}$
5. Formel nach z_x, z_y, z_z auflösen → meistens bleiben zwei Unbekannte bestehen
6. Für eine der Unbekannten einen Wert wählen (<u>Eine Unbekannte frei wählbar</u>)
7. Zweite Unbekannte nun berechnen
8. Zentralachse: $\zeta = \underline{Z} + \lambda \cdot \underline{\omega} = \begin{pmatrix} z_x \\ z_y \\ z_z \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$ mit frei wählbarem Parameter λ

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Tipps Schnellübung 4

POLYBOX

Aufgabe 1

- Definition Gleiten und Rollen (bei Unterlage in Ruhelage):

  Gleiten: $\underline{v}$ parallel oder tangential zur Unterlage

  Rollen: $\underline{v} = \underline{0}$

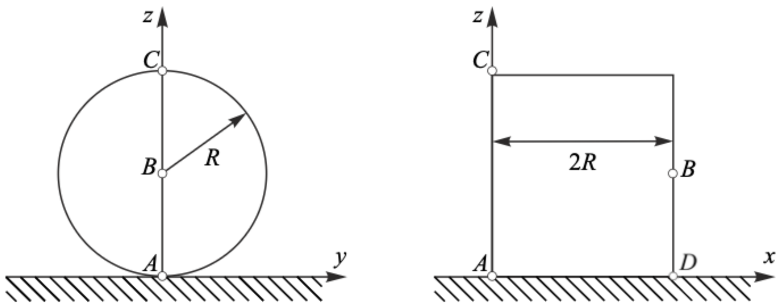
Tipps Schnellübung 4

POLYBOX

Aufgabe 1

Auf der Ebene $z = 0$ (kartesisches Koordinatensystem) gleitet ein starrer Zylinder (Radius R, Länge $2R$) so, dass die z-Komponente der Geschwindigkeiten in den Punkten A und D null ist. Der momentane Bewegungszustand wird durch die Geschwindigkeiten $\underline{v}_A = v\,\underline{e}_y$, $\underline{v}_B = 2v\,\underline{e}_y$, $\underline{v}_C = -v\,\underline{e}_y$ der Punkte A, B und C beschrieben.

Begründen Sie, dass die Rotationsgeschwindigkeit $\underline{\omega}$ keine y-Komponente haben kann und dass daher die Bewegung eine momentane Rotation ist. Welches $\underline{\omega}$ und welche momentane Rotationsachse hat der Zylinder?



IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Tipps Schnellübung 4

POLYBOX

Aufgabe 2

- Ermittle ζ analytisch (rechnerisch) und graphisch
- Punkte mit minimaler/maximaler Schnelligkeit: ζ visualisieren und minimale/maximale Abstände finden

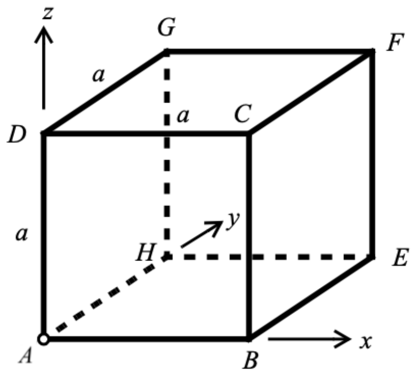
Schnellübung 4

POLYBOX

Aufgabe 2

Der momentane Bewegungszustand eines starren Würfels (Kantenlänge $a = 1\text{m}$) ist gegeben durch die Kinemate in A:

$$\underline{v}_A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} {}^{\mathrm{m}}\!/\!{}_{\mathrm{s}}; \quad \underline{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} {}^{1}\!/\!{}_{\mathrm{s}}$$



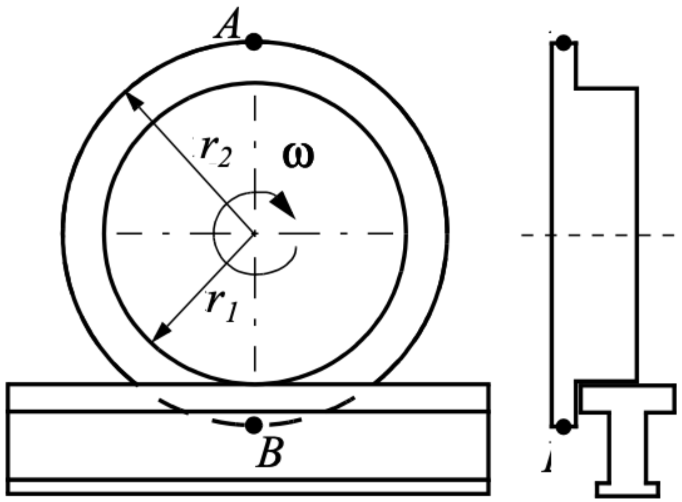
Bestimmen Sie die Schraubungsachse (Parameterdarstellung). Untersuchen Sie anschliessend, welche Punkte des Würfels minimale bzw. maximale Schnelligkeit haben. Wie gross sind die entsprechenden Werte?

Schnellübung 4

POLYBOX

Aufgabe 3

Ein Eisenbahnrad rollt mit der Rotationsschnelligkeit ω. Wie gross ist die Schnelligkeit des obersten Punktes A und des untersten Punktes B des Radkranzes?
In welche Richtungen zeigen die jeweiligen Geschwindigkeitsvektoren in diesen beiden Punkten?



Tipps Hausübung 4

POLYBOX

Aufgabe 1

- Keine Tipps

Aufgabe 2

- SdpG
- Skalarprodukt ist 0, falls Vektoren senkrecht zueinander stehen
  → Ebene Rotation: $\underline{v_A} \cdot \underline{\omega} = 0$

Aufgabe 3

- Starrkörperformel zwischen Punkten um Unbekannte zu finden
- Zentralachse

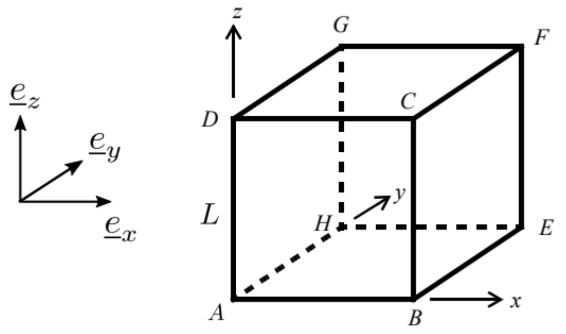
POLYBOX

Prüfungsaufgaben

Aufgabe 1 (ZP 1 2023)

Gegeben ist ein Würfel der Kantenlänge L, mit bekannter Kinemate im Punkt A.

$$\underline{v}_A = (3v, v, v); \quad \underline{\omega} = (0, \frac{v}{L}, \frac{v}{L})$$



A1.1 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie die zweite Invariante des Bewegungszustandes.

a) $\underline{v}_\omega = \sqrt{2}\,(0, v, v)$

b) $\underline{v}_\omega = \sqrt{2}\,(3v, v, v)$

c) $\underline{v}_\omega = (3v, 0, 0)$

d) $\underline{v}_\omega = \frac{\sqrt{2}}{2}\,(3v, v, v)$

e) $\underline{v}_\omega = (3v, v, v)$

f) $\underline{v}_\omega = (0, v, v)$

g) $\underline{v}_\omega = (0, 2v, 2v)$

h) Keine der Lösungen ist korrekt.

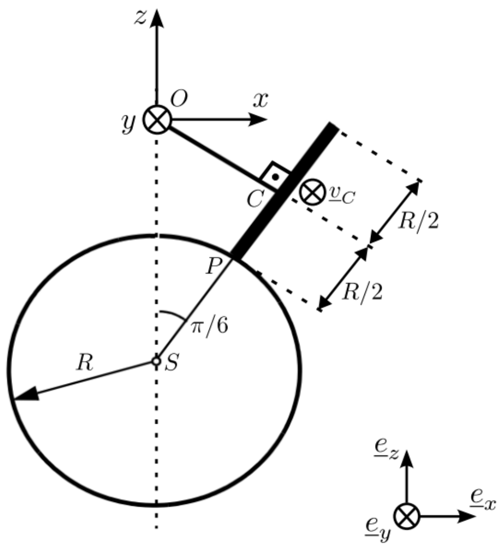
Prüfungsaufgaben

Aufgabe 2 (ZP 1 2022)

Auf einer ruhenden Kugel mit dem Radius R rollt eine Kreisscheibe mit dem Radius $R/2$. Die Kreisscheibe ist mit einem Stab CO verschweisst, welcher in O gelenkig gelagert ist. Die Scheibenebene enthält im Berührungspunkt P die Normale zur Kugelfläche, welche mit der z-Achse einen Winkel von $\pi/6$ einschliesst. Der Koordinatenursprung befindet sich in O.

Es gilt: $|\underline{SP}| = |\underline{OP}| = R$.

Der Mittelpunkt C der Kreisscheibe bewegt sich momentan mit der Geschwindigkeit $\underline{v}_C = (0, v, 0)$.



A3.1 (*2 Punkte*) Wählen Sie alle korrekten Darstellungen der momentanen Rotationsachse μ der Kreisscheibe in kartesischen Koordinaten.

a) $\lambda(0, 0, 1)$

b) $\lambda(\sqrt{3}, 0, -1)$

c) $\lambda(1, 0, -\sqrt{3})$

d) $(\frac{3}{4}R, 0, -\frac{\sqrt{3}}{4}R) + \lambda(\sqrt{3}, 0, -1)$

e) $(0, 0, -\sqrt{3}R) + \lambda(0, 0, -1)$

f) $(\frac{1}{2}R, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2}R) + \lambda(-1, 0, \sqrt{3})$

g) $(\frac{\sqrt{3}}{2}R, 0, -\frac{1}{2}R) + \lambda(\sqrt{3}, 0, -1)$

h) Keine der Lösungen ist korrekt.

Prüfungsaufgaben

POLYBOX

Aufgabe 3 (BP Winter 2024)

Grosse Aufgabe (19 Punkte)

Der abgebildete starre Kegelstumpf weist folgende Geometrie auf: Höhe 2L, Radius der Deckfläche L, Radius der Grundfläche 2L. Die Symmetrieachse des Körpers liegt auf der x-Achse. Der körperfeste Punkt A des Kegelstumpfs weist momentan folgende Kinemate $\{\underline{v}_A, \underline{\omega}\}$ auf:

$$\underline{v}_A = \begin{pmatrix} 2v \\ v \\ -2v \end{pmatrix}, \quad \underline{\omega} = \begin{pmatrix} 2v/L \\ v/L \\ 0 \end{pmatrix}$$

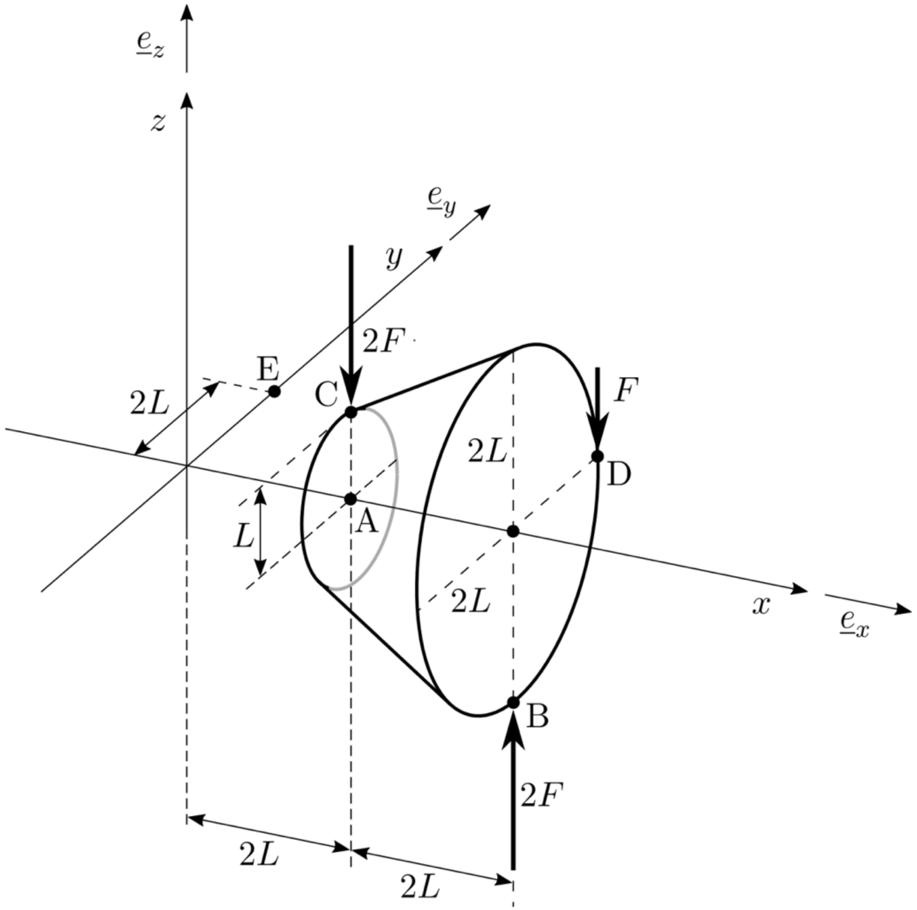
a) (9 Punkte) Bestimmen Sie für den momentanen Bewegungszustand

i) die Geschwindigkeit $\underline{v}_C$ im Punkt C;

ii) die 2. Invariante der Bewegung $\underline{v}_\omega$;

iii) die Zentralachse der Bewegung ζ.

iv) Welcher momentane Bewegungszustand liegt vor?



IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Fragen?

- Jetzt!
- Nach Stunde zu mir
- ETH Mail (fischerma@student.ethz.ch)

Whatsapp-Gruppe

POLYBOX

Anonymes Feedback

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme