



# Schnellübung 6

Mechanik 1 – Kinematik und Statik

Mark Fischer

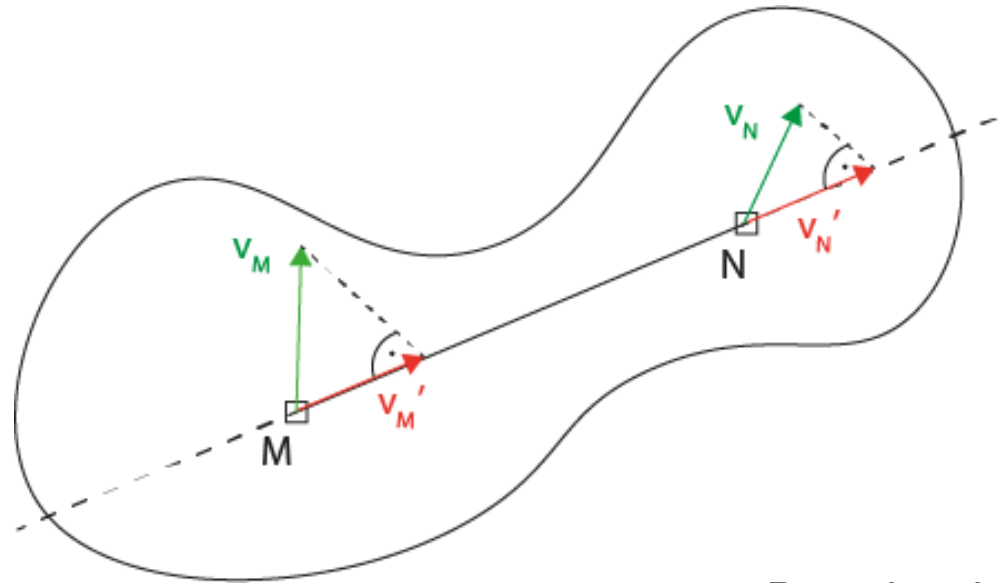
HS 2025



# Einführung Schnellübung 6

## WH: Satz der projizierten Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeiten  $\underline{v}_M, \underline{v}_N$  zweier beliebiger Punkte  $M$  und  $N$  eines starren Körpers haben zu jedem Zeitpunkt die gleichen Projektionen  $\underline{v}'_M = \underline{v}'_N$  auf ihre Verbindungsgerade  $MN$



Beweis, siehe Vorlesung



**IMES**

Institute for Mechanical Systems  
Institut für Mechanische Systeme



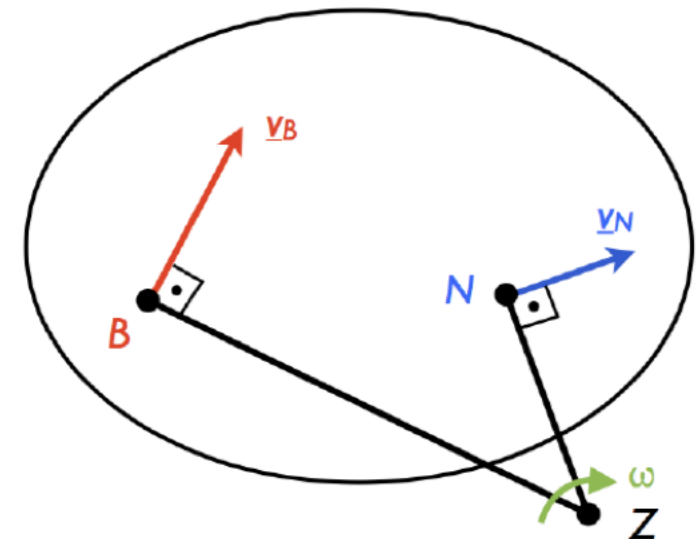
# Einführung Schnellübung 6

## WH: Satz vom Momentanzentrum

Eine Bewegung mit  $\underline{\omega} \neq 0$  in der Ebene beschreibt stets eine momentane Rotation um das Momentanzentrum  $Z$ . Bei einer ebenen Bewegung wird die Schnelligkeit folgendermassen berechnet:

$$v_N = \omega \cdot r \quad \text{wobei } r = |\underline{ZN}| \text{ und } v_Z = 0$$

Der Schnittpunkt der Orthogonalen auf die Geschwindigkeitsvektoren entspricht der Position des Momentanzentrums  $Z$



Beweis, siehe Vorlesung



**IMES**

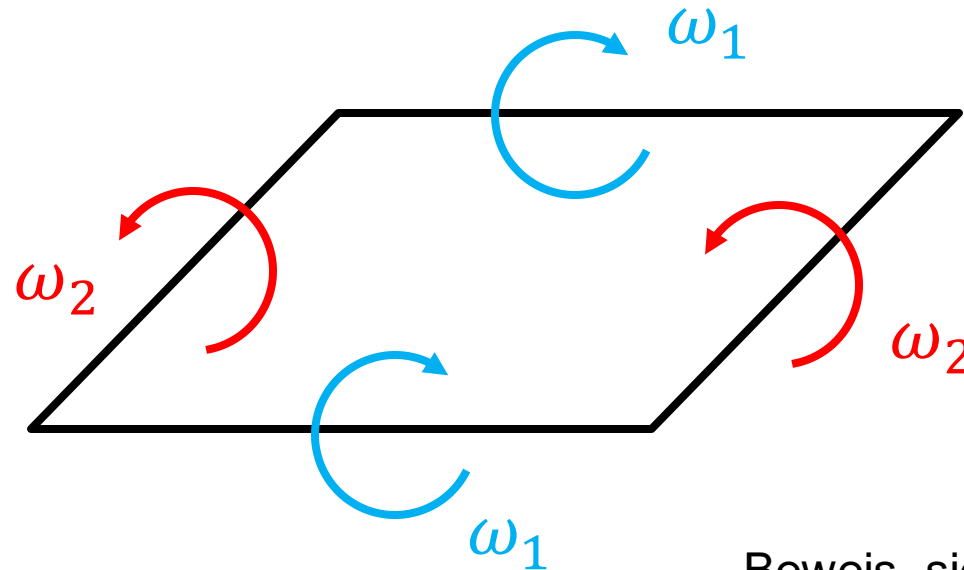
Institute for Mechanical Systems  
Institut für Mechanische Systeme



# Einführung Schnellübung 6

## Parallelogrammregel

In einem Parallelogramm bestehend aus vier gelenkig verbundenen Stäben gilt:  
Gegenüberliegende Stäbe haben die gleiche Rotationsgeschwindigkeit (Betrag und Drehsinn)



Beweis, siehe Vorlesung



**IMES**

Institute for Mechanical Systems  
Institut für Mechanische Systeme

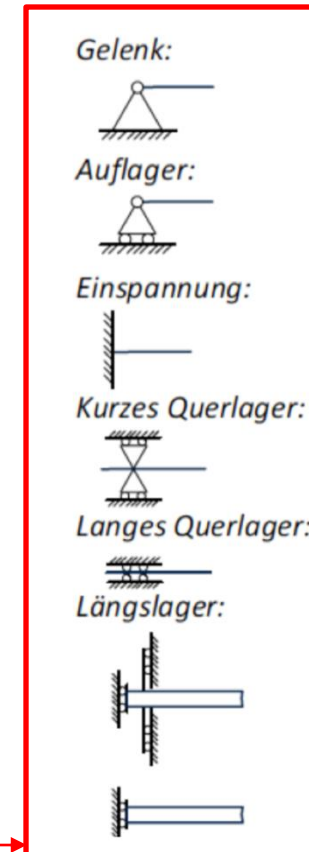


# Einführung Schnellübung 6

## Lagerungen/Bindungen

Lager sind abstrakte Darstellungen zur Charakterisierung von Bauteilverbindungen.

Lager sperren bestimmte Bewegungen. Welche?



Andere Darstellungen möglich →

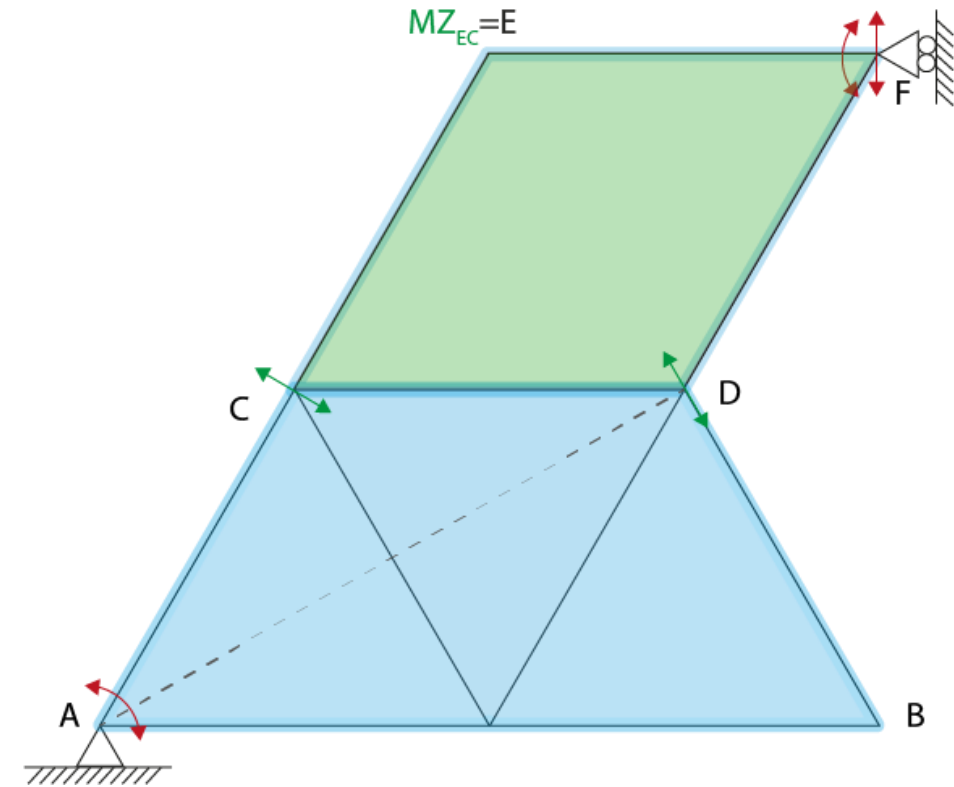


# Einführung Schnellübung 6

## Ebene Fachwerke

Vorgehen:

- 1) Starre Körper identifizieren  
Bereiche, die nur aus Dreiecken bestehen (ABCD)  
Einzelne starre Stäbe (CE, EF, DF)  
Andere starre Körper
- 2) Identifikation der Lagerung  
Festlager, wie in A: Drehbar  
Auflager, wie in F: Drehbar und entlang  
Auflagefläche verschiebbar
- 3)  $\omega_i$  und  $MZ_i$  aller Starrkörper finden  
Satz vom Momentanzentrum  $v = \omega \cdot r$   
Satz der projizierten Geschwindigkeiten (SdpG)  
Parallelogrammregel ( $\omega_{DF} = \omega_{CE}$ ,  $\omega_{CD} = \omega_{EF}$ )



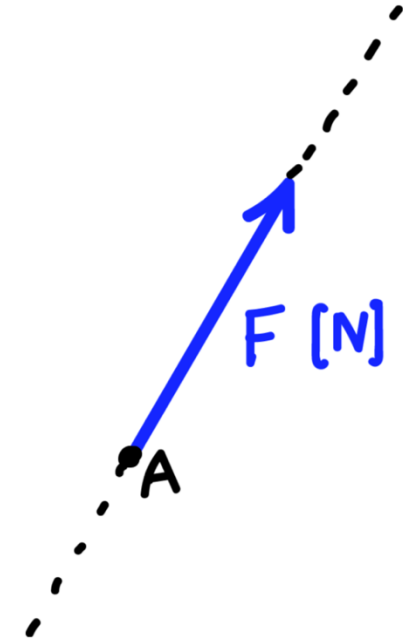


# Einführung Schnellübung 6

## Kraft

Charakterisiert durch:

- Angriffspunkt A
- Richtung
- Betrag (in Newton [N])





# Einführung Schnellübung 6

## Moment

- Definition:  $\underline{\mathbf{M}}_O = \underline{OA} \times \underline{\mathbf{F}} = \underline{\mathbf{F}} \times \underline{AO}$
- Das Moment einer Kraft wird verwendet, um die Leistung der Kraft bei einer Rotation zu berechnen.



# Einführung Schnellübung 6

## Leistung

Leistung einer Kraft

$$P = \underline{F} \cdot \underline{v}$$

Leistung einer Kräftegruppe bei einer Starrkörperbewegung

$$P = \sum_i \underline{F}_i \cdot \underline{v}_i$$

oder

$$P = \underline{R} \cdot \underline{v}_O + \underline{M}_O \cdot \underline{\omega}$$

$\underline{R}$ : Resultierende der Kräftegruppe

$$\underline{R} = \sum_i \underline{F}_i$$

$\underline{M}_O$ : Moment der Kräftegruppe bezüglich Punkt O

$$\underline{M}_O = \sum_i \underline{OA}_i \times \underline{F}_i$$



# Tipps Schnellübung 6

## Aufgabe 1

Hinweis: Kein ideales Fachwerk

Das Gelenk E liegt auf Stab OB und Stab AC (Prinzip einer Schere)

Einfacher, wenn komponentenweise berechnet ( $v_{D,x}$  und  $v_{D,y}$ )



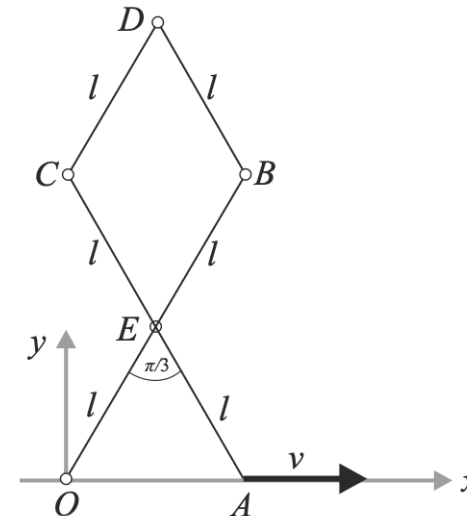
# Schnellübung 6

## Aufgabe 1

Das abgebildete System besteht aus vier starren, gelenkig miteinander verbundenen Stäben (Längen:  $OB = AC = 2l$ ,  $BD = CD = l$ ). Anders als bei idealen Fachwerken sind die Stäbe  $OB$  und  $AC$  in ihrem Mittelpunkt  $E$  miteinander gelenkig verbunden. Stab  $OB$  ist in  $O$  gelenkig gelagert. Der Punkt  $A$  des Stabes  $AC$  bewege sich momentan mit der Geschwindigkeit  $\underline{v} = v\underline{e}_x$ .

Ermitteln Sie:

- Die Drehgeschwindigkeit  $\underline{\omega}$  des Stabes  $OB$ .
- Das Momentanzentrum des Stabes  $AC$  und die Geschwindigkeit  $\underline{v}_C$  von  $C$ .
- Das Momentanzentrum des Stabes  $BD$ .
- Die Geschwindigkeit  $\underline{v}_D$  von  $D$ .





# Tipps Schnellübung 6

## Aufgabe 2

Siehe Definition für Gesamtleistung

**Empfehlung:** Verwendung von folgender Formel:

$$P = \sum_i \underline{F}_i \cdot \underline{v}_i$$



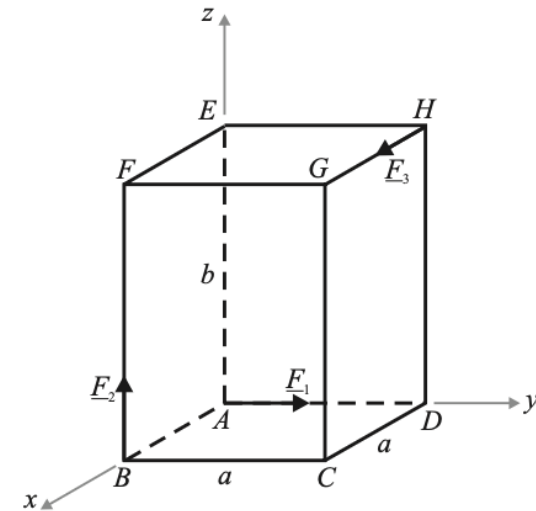
# Schnellübung 6

## Aufgabe 2

Ein starrer Quader (Kantenlängen  $AB = AD = a$ ,  $AE = b$ ) besitzt die Rotationsgeschwindigkeit  $\underline{\omega} = (0, \omega, \omega)$ ; die Ecke  $C$  hat die Geschwindigkeit  $\underline{v}_C = (-a\omega, 2a\omega, -2a\omega)$ . In den Ecken  $A$ ,  $B$ , und  $H$  greifen die Kräfte  $\underline{F}_1 = F\underline{e}_y$ ,  $\underline{F}_2 = F\underline{e}_z$  und  $\underline{F}_3 = F\underline{e}_x$  an.

Wie muss  $b$  bei gegebenem  $a$  gewählt werden, damit die Gesamtleistung der drei Kräfte verschwindet?

Hinweis: Man berechne die Gesamtleistung als Summe der Leistungen jeder Kraft.



# Tipps Schnellübung 6



## Aufgabe 3

Wie bewegt sich Punkt A?

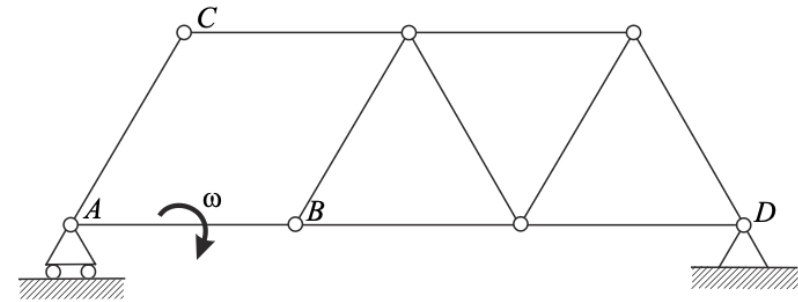


# Schnellübung 6

## Aufgabe 3

Das in der Skizze dargestellte Fachwerk besteht aus mehreren starren Stäben gleicher Länge, welche reibungsfrei gelenkig miteinander verbunden sind. Der Stab  $AB$  rotiert momentan mit der Winkelschnelligkeit  $\omega$ .

In welche Richtung rotiert der Stab  $AC$ ? Wie gross ist seine Winkelschnelligkeit?





# Tipps Hausübung 6

## **Aufgabe 1**

Hinweis in Aufgabe:

SdpG und/oder Satz vom Momentanzentrum anwenden

## **Aufgabe 2**

Siehe Kolloquium

# Fragen?

- Jetzt!
- Nach Stunde zu mir
- ETH Mail (fischerma@student.ethz.ch)



Whatsapp-Gruppe



**POLYBOX**



Anonymes Feedback